

CONTRIBUȚII LA CALCULUL CURBELOR DE INFILTRAȚIE PRIN DIGURILE DIN PĂMÂNT

Esmeralda CHIORESCU¹,
Șt. POPESCU², Lăcrămioara VLAD³

¹Universitatea de Științe Agricole și Medicină
Veterinară "Ion Ionescu de la Brad", Iași
e-mail: esmeralda_chiorescu@yahoo.com

²Universitatea Tehnică "Gh. Asachi", Iași
e-mail: popescustefani@yahoo.com

³Direcția Apelor Prut, Iași
e-mail: lvlad@yahoo.com

In branch literature, e.g. [2], there are presented the explicitly equations (4) and (6) for infiltration curves trough earth massif, in transitory regime, derived in certain simplifying hypotheses. We observed that Pietraru solution (6), for $m \geq 0$ but $h=0$ isn't in concordance with classical Barenblatt solution (5). From this reason, our research team had proposed to derive a new solution for infiltration curves. So we obtained the distinct equation (14), that for $m \geq 0$ and $h=0$ simplified exactly to classical solution (5). On purpose to comparatively analysis of our solution (14) versus Pietraru solution (6), using a original MATLAB computer programme, with a numerically value set for constructive and functionally parameters of a dyke, we achieved the graphically representation for two infiltration curve families (fig. 1), each family having the time t , $t = \{1 \text{ d}, 3 \text{ d}, 5 \text{ d}, 7 \text{ d}\}$ as parameter. We observed that these curve families there are approximated by four parallel straight lines, and that, in absolute value, the slope for our solution is bigger than the slope for Pietraru solution. Then, with the same numerically value set as above, but for only $t=7 \text{ d}$, using computer package FEFLOW 5.1 we obtained the velocity and humidity fields in the transversal section of dyke domain. In the humidity field, the saturation isoline $S_w=0,995 \approx 1,0$ divides the analysis domain in two distinct parts: the upper-unsaturated and the under-saturated. Same we can adopt the saturation isoline $S_w=0,995$ as the infiltration curve for $t=7 \text{ d}$; so any can observe that this curve is suchlike with only straight line assigned with parameter value $t=7 \text{ d}$ from the solution (14) curve family. In conclusion, our own mathematical model for infiltration curves in transient regime (14) is better than Pietraru solution (6) and this model can be used in practically applications.

Keywords: infiltration curve, mathematical model, Boussinesq equation, diffusivity equation, Barenblatt solution, Pietraru solution, computer programs, numerically simulation.

Digurile sunt construcții hidrotehnice de apărare contra inundațiilor care sunt puse sub sarcină periodic, pe durata viiturilor din râu.

În literatura de specialitate, de exemplu [2], sunt prezentate expresii analitice explicite pentru curbele de infiltrație în regim nepermanent prin masive de pământ, deduse respectând următoarele ipoteze simplificatoare: 1° digul este considerat drept masiv de pământ semi-infinit, amplasat pe un pat impermeabil orizontal; 2° pe taluzul masivului, situat în secțiunea $x_0=0$, nivelul liber al apei variază după o lege liniară, conform ramurii crescătoare a hidrografului de viitură, $H_{vit}(t)$, cu cota zero a graficului egală cu cota patului impermeabil; 3° porozitatea corespunzătoare umidității inițiale a digului, n_l , satisface condițiile: $0 \leq n_l < n'$; 3° infiltrația are loc după fire de curent paralele și orizontale.

Astfel, în 1954, Barenblatt a rezolvat următoarea formă particulară a ecuației Boussinesq pentru domenii uni-dimensionale, în cazul mediilor poroase omogene:

$$\frac{n_c}{k_{oz}} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right), \text{ cu } t \geq t_l, x \in [x_0, x_0 + L], \quad (1) \text{ cu condițiile limită de mai jos:}$$

- condiții inițiale:

$$\text{pentru } t = t_l = 0, h = \varphi I(x) \equiv 0, x \geq x_0 \quad (2)$$

- condiții de contur:

$$\text{pentru } x = x_0 = 0, h = \varphi C_0(t) = v_{NIV} \cdot t \quad (3)$$

În relațiile de mai sus, simbolurile au următoarea semnificație:

t = variabila independentă temporală;

t_l = momentul inițial;

x = variabila independentă spațială;

x_0 și $x_0 + L$ - marginile domeniului spațial (cu $L \rightarrow \infty$);

n_c = porozitatea efectivă;

k_{oz} = conductivitatea hidraulică la saturație, după direcția orizontală;

$h = h(x, t)$ = adâncimea apei (ordonata suprafeței libere, în raport cu patul impermeabil);

v_{NIV} = viteza de creștere a nivelului apei.

Pentru masiv cu taluz vertical, a rezultat soluția de mai jos:

$$h = v_{NIV} \cdot t - \sqrt{\frac{n_c v_{NIV}}{k_{oz}}} \cdot x \quad (4)$$

Introducând în relația (4) $h = 0$ și apoi explicitându-l pe x , rezultă variația lungimii frontului de avansare a apei de infiltrație, l : $l = \sqrt{\frac{k_{oz} v_{NIV}}{n_c}} \cdot t$ (5)

În 1961, Pietraru propune următoarele soluții generalizate pentru un masiv de pământ cu coeficientul unghiular al taluzului $m \geq 0$, [2]:

$$h = \frac{n_c v_{NIV}}{k_{oz}} \left(\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{k_{oz}}{n_c v_{NIV}}} \right) \left[\left(\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{k_{oz}}{n_c v_{NIV}}} \right) \cdot v_{NIV} \cdot t - x \right] \quad (6)$$

$$l = v_{NIV} \cdot \left(\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{k_{oz}}{n_c v_{NIV}}} \right) \cdot t \quad (7)$$

În cazul particular $m=0$, expresia (6) se reduce la soluția Barenblatt (4); dar însă, pentru orice $m \geq 0$ și $h=0$, din considerente de ordin fizic, ecuația (6) ar trebui să conducă la expresia (5), ci nu la (7) – așa cum a rezultat din efectuarea

calculului algebric. Din acest motiv, ne-am propus să deducem o nouă ecuație, cu forma generală implicită $\Phi(h, x, t) = 0$, cu care să verificăm veridicitatea soluției (6), având în vedere că în prezent aceasta este încă aplicată în calculul infiltrațiilor prin digurile de pământ.

MATERIAL ȘI METODĂ

Pentru deducere ecuației $\Phi(h, x, t) = 0$, s-a aplicat sub o formă proprie, generalizată, raționamentul expus în lucrarea [1]. Astfel, pentru un fir de curent orizontal, ce are ca suport dreapta de ecuație $y = \text{const.}$ și frontul reprezentat prin punctul $F(x, h=y)$, se deduce următorul sistem de ecuații ce guvernează curgerea:

$$q(t, h) = k_{oz} \frac{H_{vii}(t) - h}{x(t, h) - mh}, \text{ ecuația lui Darcy;} \quad (8)$$

$$q(t, h) dt = (n_c - n_l) dx, \text{ ecuația de continuitate,} \quad (9)$$

unde q reprezintă viteza Darcy.

Din sistemul de mai sus, eliminând viteza q , rezultă ecuația de difuzivitate - redată prin următoarea ecuație diferențială, de ordinul întâi, cu variabile separabile, în necunoscutele t și x :

$$(x - mh) dx = k_{oz} \frac{H_{vii}(t) - h}{n_c - n_l} dt \quad (10)$$

În general, pentru un hidrograf $H_{vii}(t)$ de formă oarecare, soluția ecuației de mai sus poate fi obținută prin metode numerice.

Când nivelul apei în râu crește cu viteza constantă v_{NIV} , ipoteză adoptată și în condiția de contur (3), ramura crescătoare a hidrografului $H_{vii}(t)$ este reprezentată prin dreapta de ecuație:

$$H_{vii}(t) = v_{NIV} \cdot t, \text{ pentru } 0 = t_0 \leq t \leq t_{cr} \quad (11)$$

unde t_{cr} reprezintă durata de creștere a viiturii.

Considerând în ecuația (10) expresia de mai sus, rezultă următoarea soluție generală:

$$\frac{1}{2} x^2 - mxh = \frac{k_{oz}}{n_c - n_l} \left(\frac{1}{2} v_{NIV} t^2 - ht \right) + C \quad (12)$$

Impunând condițiile limită:

$$x = mh, \text{ pentru } t = h/v_{NIV} \quad (13)$$

rezultă următoarele expresii pentru constanta de integrare C și, respectiv, pentru soluția particulară derivată din expresia generală (12):

$$C = \frac{1}{2} h^2 \left(\frac{1}{v_{NIV}} \frac{k_{oz}}{n_c - n_l} - m^2 \right)$$

$$\frac{1}{2} x^2 - mxh + \frac{k_{oz}}{n_c - n_l} \left(-ht - \frac{1}{2} v_{NIV} t^2 \right) + \frac{1}{2} h^2 \left(m^2 - \frac{1}{v_{NIV}} \frac{k_{oz}}{n_c - n_l} \right) = 0 \quad (14)$$

Considerând timpul t ca parametru, relația de mai sus reprezintă ecuația implicită a familiei de curbe de infiltrație prin dig, în regim nepermanent.

În cazul particular $n_l=0$ din relația (14) pentru $h=0$, se regăsește lungimea frontului de avansare a apei de infiltrație dată de soluția Barenblatt (5), iar pentru $m=0$ - ecuația curbei de infiltrație (4).

În vederea comparării soluțiilor (14) și (6), utilizând programul MATLAB **Linii_Contur_Dig2.m**, cu următoarele date numerice de intrare

$$H_{\text{Dig}}=4,55 \text{ m}, b_{\text{Dig}}=4,0 \text{ m}, m=m_{\text{AM}}=3,0, m_{\text{AV}}=2,5;$$

$n_c=0,35, n_l=0,0, k_{OZ}=10,0 \text{ m/d}, v_{\text{NIV}}=0,43 \text{ m/d}$ și $t=\{1,3,5,7\}$, s-au obținut reprezentările grafice corespunzătoare pentru două familii de curbe de infiltrație (fig. 1).

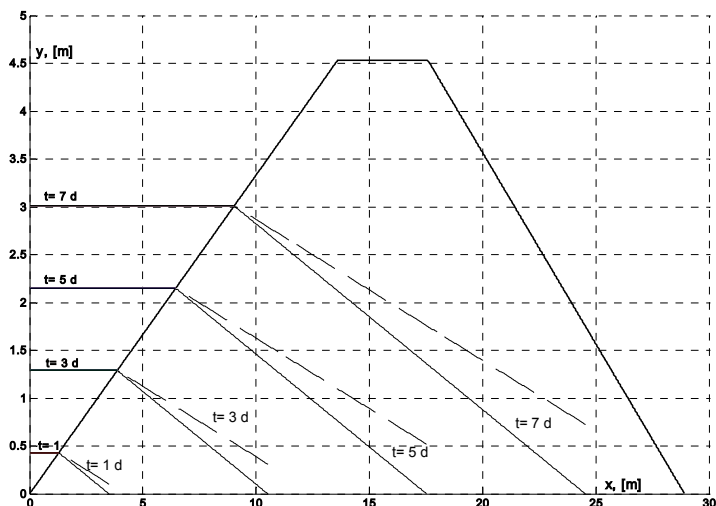


Figura 1. Familii de curbe de infiltrație prin dig, în regim nepermanent
(linie continuă: soluțiile (14); linie punctată: soluțiile (6))

De asemenea, cu aceleași date numerice de mai sus, dar numai pentru $t=7 \text{ d}$, dar utilizând pachetul de programe FEFLOW 5.1, s-au obținut câmpurile de viteză Darcy (redat prin vectori) și de umiditate (redat prin izolinii pentru gradul de saturație) (fig. 2).

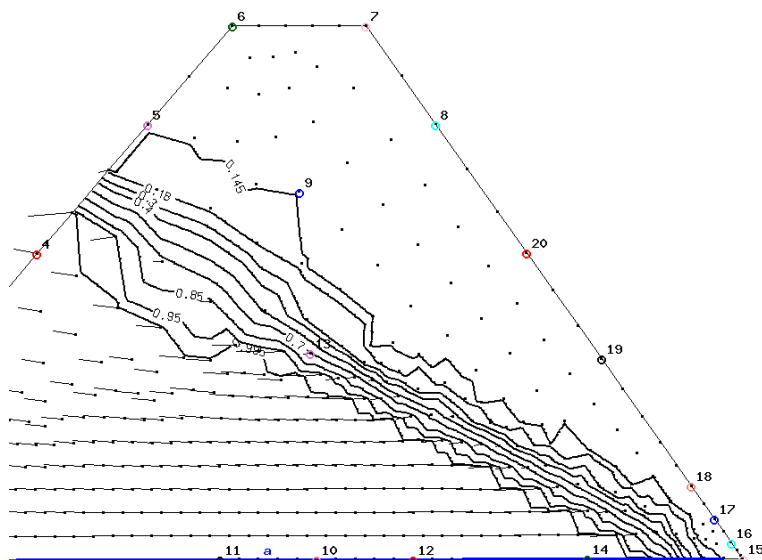


Figura 2. Câmpurile de viteză Darcy (redat prin vectori) și de umiditate (redat prin izolinii pentru gradul de saturație) prin dig la momentul $t=7 \text{ d}$

REZULTATE ȘI DISCUȚII

Analizând reprezentările grafice din figura 1, constatăm că cele două familii de curbe de infiltrație date atât de soluțiile (14) cât și de cele (6), au alura apropiată de drepte paralele, cu pante negative. În valoare absolută, panta familiei de drepte (6) este mai mică decât cea a familiei (14); astfel relațiile propuse de Pietraru supraestimează nivelul apei corespunzător curbelor de infiltrație.

Din figura 2, curba de infiltrație la momentul $t=7$ d poate fi redată prin izolinia cu gradul de saturație $S_w=0,995$; se poate observa că alura acestei izolinii (redată printr-o linie frântă datorită discretizării domeniului de analiză prin $n_x=801$ elemente finite triunghiulare; dar la o rafinare a discretizării, deci cu $n_x \gg 801$, linia frântă va tinde către o dreaptă) este mai apropiată de curba $t=7$ d a familiei (14) decât cea a familiei (6).

CONCLUZII

Modelul matematic propus pentru curbele de infiltrație, redat prin relația (14), este adecvat din punct de vedere teoretic, reducându-se, în cazuri particulare adecvate, la modelul clasic Barenblatt. În plus, soluțiile obținute sunt comparabile cu rezultatele simulării numerice, cu același set de date de intrare, realizate cu un pachet de programe calculator performant și recunoscut. Deci în ipotezele enumerate în introducere, recomandăm utilizarea în practică a modelul matematic (14).

BIBLIOGRAFIE

1. Bartha, I., Javgureanu, V., Marcoie, N., 2004 – *Hidraulică*, Vol. 2, Ed. Performantica, Iași.
2. Pietraru, V., 1975 – *Calculul infiltrațiilor*, Ediția II, Ed. CERES, București.